

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**Τάξη:****Ημερομηνία:****Καθηγητές:****Όνοματεπώνυμο:****ΘΕΜΑ Α****A1.** Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f(x)$. Να αποδείξετε ότι: $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ **10 Μονάδες****A2.** Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα;**5 Μονάδες****A3.** Να χαρακτηρίσετε με σωστό ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις:a) Ισχύει ότι $(\sin x)' = \eta \mu x$ b) Μια συνάρτηση λέγεται συνεχής στο $x_0 \in A$, όταν ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f'(x_0)$ c) Όταν το $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ υπάρχει και είναι πραγματικός αριθμός αυτόσημαίνει ότι υπάρχουν και τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.d) Ισχύει $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$ όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.e) Αν f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 τότε $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0+h)}{h}$ **10 Μονάδες****ΘΕΜΑ Β**Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ **B1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.**5 Μονάδες****B2.** Να αποδείξετε ότι $f'(x) < 0$ για κάθε x του πεδίου ορισμού της**5 Μονάδες****B3.** Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow -1} [(x+1)f(x)]$ **5 Μονάδες****B4.** Να βρείτε την γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(0, f(0))$ με τον άξονα $x'x$.**5 Μονάδες**

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται $f(x) = ax^3 - 9x^2 - 24x$, $x \in \mathcal{R}$, $a \in \mathcal{R}$. Η f παρουσιάζει ακρότατο στην θέση $x_1 = -1$.

Γ1. Να δείξετε ότι $a = 2$

5 Μονάδες

Για $a = 2$:

Γ2. Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(-2, f(-2))$

7 Μονάδες

Γ3. Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f και τα τοπικά ακρότατα.

8 Μονάδες

Γ4. Να συγκρίνετε τις τιμές $f(2016)$ και $f(2017)$

5 Μονάδες

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται $f(x) = (x + \alpha) \cdot \ln(x + 1) + \beta$, $\alpha, \beta \in \mathcal{R}$. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(1, 3\ln 2)$ και η εφαπτομένη της f στο σημείο $O(0,0)$ έχει συντελεστή διεύθυνσης 2.

Δ1. Να βρείτε τα α, β .

5 Μονάδες

Αν $\alpha = 2$ και $\beta = 0$

Δ2. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες.

5 Μονάδες

Δ3. Να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της f όπου η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης;

7 Μονάδες

Δ4. Να αποδείξετε ότι $(x + 1) \cdot \ln(x + 1) \geq x$ για κάθε $x > -1$

3 Μονάδες

Δ5. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{\sqrt{x+1}-1}$

5 Μονάδες

Σας Ευχόμαστε Επιτυχία!!!