ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ,

Α2. δ,

Α3. γ,

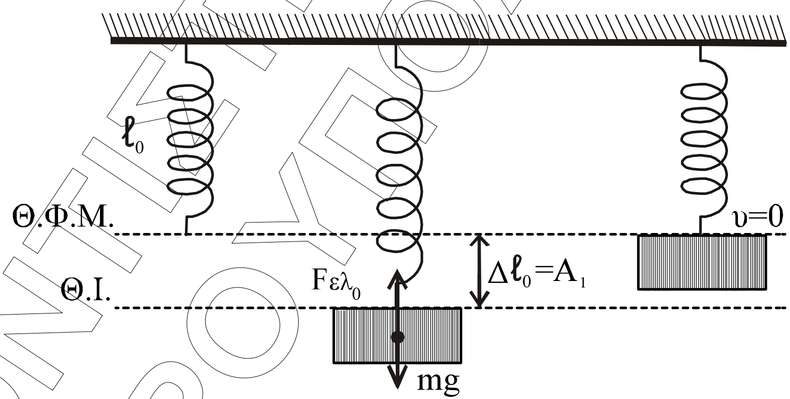
Α4. β,

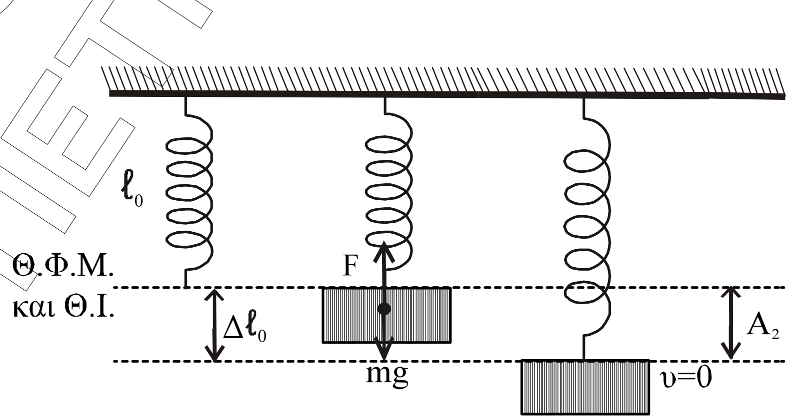
Α5. **α)** Λάθος β) Σωστό **γ)** Λάθος **δ)** Σωστό **ε)** Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Σωστή η (Ι)



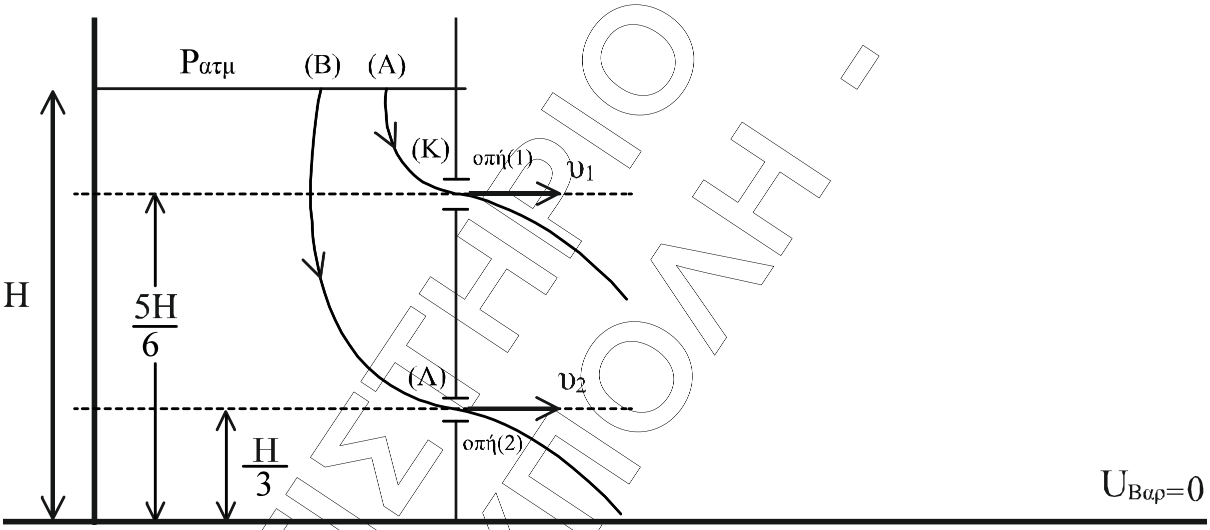


<u>Στο πείραμα 1</u> έχουμε στη Θ.Ι. του $m: F_{ελ_0} = m \cdot g \Rightarrow K \cdot \Delta\ell_0 = m \cdot g \Rightarrow \Delta\ell_0 = \dfrac{m \cdot g}{K}$.
Επειδή στη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου το m έχει υ = 0, εκεί θα είναι και η ακραία θέση της Α.Α.Τ. Άρα: $A_1 = \Delta\ell_0 = \dfrac{m \cdot g}{K}$ (1)

<u>Στο πείραμα 2</u> έχουμε στη Θ.Ι. του $m: F = m \cdot g$ άρα η Θ.Ι. ταυτίζεται με την Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου, άρα η αρχική θέση του m είναι η κάτω ακραία θέση της Α.Α.Τ. του. Οπότε πάλι $A_2 = \Delta\ell_0 = \dfrac{m \cdot g}{K}$. Λόγω λοιπόν της (1) ισχύει $\boxed{A_1 = A_2}$.

B2

Σωστή η (ii)



Με ανοικτή την οπή 1 μόνο, εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli με επίπεδο $\upsilon_{βαρ} = 0$ το έδαφος στη ρευματική γραμμή $(A) \rightarrow (K)$ και στα σημεία (A) και (K) αυτής:

$$P_A + \rho \cdot g \cdot H + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_A^2 = P_K + \rho \cdot g \cdot \frac{5H}{6} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_1^2 \underset{\text{αφού } A_A >> A}{\overset{\upsilon_A \approx 0}{\Rightarrow}}$$

$$\Rightarrow P_{ατμ.} + \rho \cdot g \cdot H + 0 = P_{ατμ.} + \rho \cdot g \cdot \frac{5H}{6} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\rho \cdot g \cdot H}{6} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{g \cdot H}{3}}$$

Η παροχή εξόδου του νερού θα είναι : $\Pi_1 = A \cdot \upsilon_1 \Rightarrow \dfrac{V}{\Delta t_1} = A \cdot \upsilon_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \dfrac{V}{A \cdot \sqrt{\dfrac{gH}{3}}}$ (1)

Με ανοικτές και τις δύο οπές, η ταχύτητα υ_1 παραμένει ίδια. Όμοια με εξίσωση Bernoulli από το (Β) στο (Λ) παίρνουμε:

$$\rho\cdot g\cdot H=\rho\cdot g\cdot\frac{H}{3}+\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_2^2\Rightarrow\frac{2}{3}\rho\cdot g\cdot H=\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_2^2\Rightarrow\upsilon_2=2\sqrt{\frac{g\cdot H}{3}}$$

Έτσι η παροχή και από τις δύο οπές εξόδου του νερού θα είναι:

$$\Pi_1+\Pi_2=\frac{V}{\Delta t_2}\Rightarrow A\cdot\upsilon_1+A\cdot\upsilon_2=\frac{V}{\Delta t_2}\Rightarrow A\cdot\sqrt{\frac{g\cdot H}{3}}+A\cdot2\sqrt{\frac{g\cdot H}{3}}=\frac{V}{\Delta t_2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3A\cdot\sqrt{\frac{g\cdot H}{3}}=\frac{V}{\Delta t_2}\Rightarrow\Delta t_2=\frac{V}{3A\cdot\sqrt{\frac{g\cdot H}{3}}}\quad(2).$$

$$\frac{(2)}{(1)}\Rightarrow\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}=\frac{\dfrac{V}{3A\cdot\sqrt{\frac{g\cdot H}{3}}}}{\dfrac{V}{A\cdot\sqrt{\frac{g\cdot H}{3}}}}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}=\frac{1}{3}.$$

Β3

<u>Σωστή η iii</u>

Αφού η κρούση είναι κεντρική ελαστική θα δίνει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\underbrace{\overrightarrow{P_{o\lambda}}}_{\text{λίγο πριν}}=\underbrace{\overrightarrow{P_{o\lambda}}}_{\text{λίγο μετά}}\Rightarrow\vec{P}_1'=\vec{P}_1'+\vec{P}_2'$$

Με θετική φορά διανυσμάτων προς τα δεξιά έχουμε:

$$P_1=\frac{P_1}{5}+P_2'\Rightarrow P_2'=\frac{4}{5}P_1\quad(1)$$

Από τις σχέσεις $P=m\cdot\upsilon$ και $k=\frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2$ έχουμε:

$$\upsilon=\frac{P}{m}\quad\text{και}\quad k=\frac{1}{2}m\cdot\frac{P^2}{m^2}\Rightarrow k=\frac{P^2}{2m}\ (2).$$

Το ζητούμενο ποσοστό θα είναι:

$$\Pi\%=\frac{k_2'}{k_1}\cdot100\%\overset{(2)}{\Rightarrow}\Pi\%=\frac{\dfrac{P_2'^2}{\cancel{2}m_2}}{\dfrac{P_1^2}{\cancel{2}m_1}}\cdot100\%\overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \Pi\% = \frac{m_1 \cdot \frac{16}{25} \cdot \cancel{P_1^2}}{m_2 \cdot \cancel{P_1^2}} \cdot 100\% = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{16}{25} 100\% = 64 \cdot \frac{m_1}{m_2}\% \quad (3)$$

Από τύπους κεντρικής ελαστικής κρούσης για την υ_1' του m_1 μετά την κρούση, έχουμε:

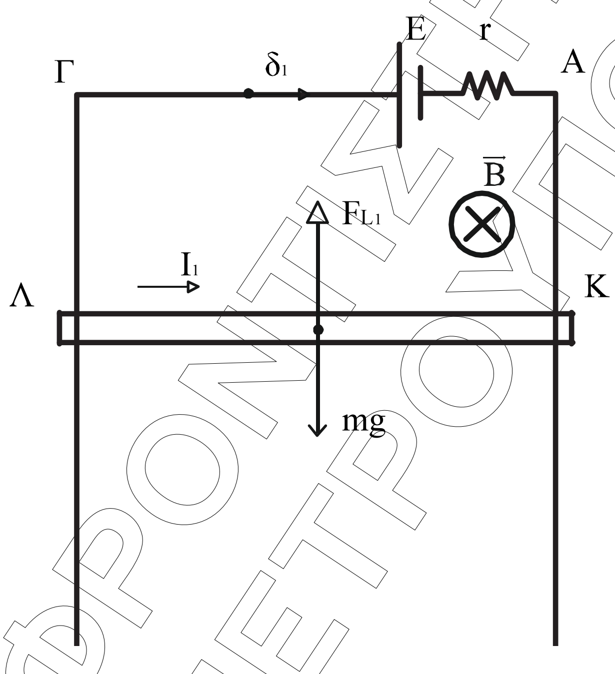
$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \underset{\upsilon_1 = \frac{P_1}{m_1}}{\overset{\upsilon_1' = \frac{P_1/5}{m_1}}{\Longrightarrow}} \frac{\cancel{P_1}}{5\cancel{m_1}} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{\cancel{P_1}}{\cancel{m_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 + m_2 = 5m_1 - 5m_2 \Rightarrow 6m_2 = 4m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Η } (3) \Rightarrow \Pi\% = \frac{3}{2} \cdot 64\% = \boxed{96\%}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1 .



Η φορά του $\vec{B}$ θα πρέπει να είναι από τον αναγνώστη προς το σχήμα ώστε να δέχεται ο ΚΛ δύναμη $\vec{F}_{L_1}$ προς τα πάνω και να ισορροπεί.

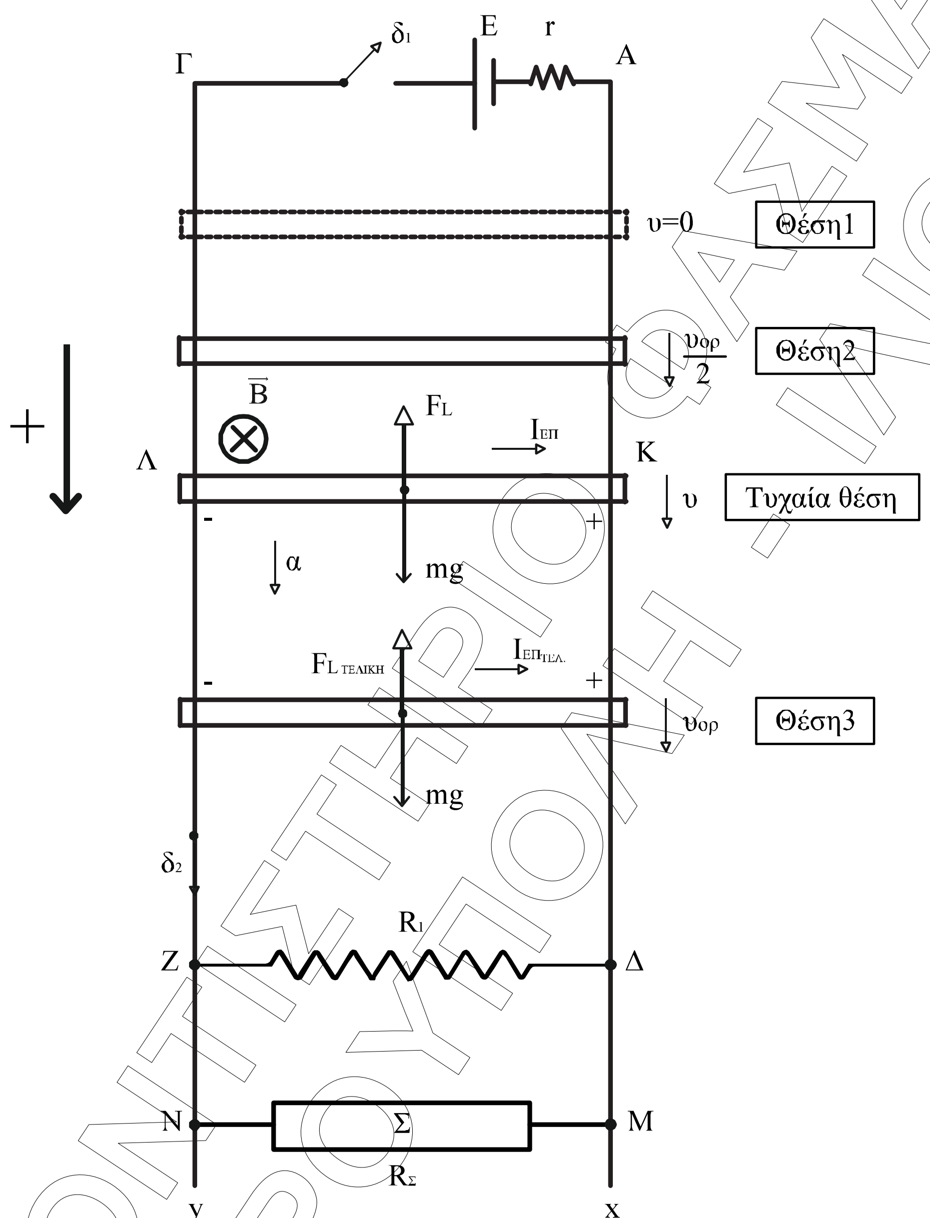
Άρα $F_{L_1} = m \cdot g \Rightarrow B \cdot I_1 \cdot l = m \cdot g$.

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I_1 = \frac{E}{r + R_{K\Lambda}} = \frac{9}{3} = 3A.$$

Έτσι $B \cdot I_1 \cdot l \Longrightarrow B = \dfrac{m \cdot g}{I_1 \cdot l} = \dfrac{3}{3 \cdot 1} = 1$ Tesla .

Γ2.



Από τα κανονικά στοιχεία λειτουργίας της συσκευής παίρνουμε:

$$P_K = \frac{V_K^{\ 2}}{R_\Sigma} \Rightarrow R_\Sigma = \frac{6^2}{6} = 6\Omega$$

Έτσι η $R_{ολ}$ του κυκλώματος θα είναι:

$$R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_\Sigma}{R_1 + R_\Sigma} + R_{ΚΛ} \Rightarrow R_{ολ} = \frac{3 \cdot 6}{3+6} + 2 = 4\Omega$$

Στην τυχαία θέση και στα άκρα του κινούμενου αγωγού αναπτύσσεται $E_{επ}$ μέτρου $\left|E_{επ}\right| = B \cdot \upsilon \cdot \ell$ αφού η μαγνητική ροή στην επιφάνεια ΛΚΜΝ μειώνεται με στιγμιαίο ρυθμό $\frac{d\Phi}{dt} = -B \cdot \frac{dy}{dt} \cdot \ell = -B \cdot \upsilon \cdot \ell$

Έτσι στο κύκλωμα τότε θα έχουμε ρεύμα με μέτρο έντασης $\left|I_{\varepsilon\pi}\right| = \dfrac{\left|E_{\varepsilon\pi}\right|}{R_{o\lambda}}$

Στον ΚΛ τότε δημιουργείται $\overrightarrow{F_L}$ μέτρου $\left|F_L\right| = B \cdot \left|I_{\varepsilon\pi}\right| \cdot \ell \Rightarrow \left|F_L\right| = \dfrac{B \cdot \ell^2 \cdot \upsilon}{R_{o\lambda}}$.

Από θεμελιώδη νόμο μηχανικής για τον ΚΛ έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha} \Rightarrow mg - \left|F_L\right| = m\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = g - \frac{B^2 \cdot \ell^2 \cdot \upsilon}{m \cdot R_{o\lambda}}} \quad (1).$$

Από τη σχέση αυτή βλέπουμε ότι η $\vec{\upsilon}$ αυξάνεται κατά μέτρο, άρα το μέτρο της $\vec{\alpha}$ μειώνεται, επομένως ο αγωγός εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση με συνεχής ελαττούμενη επιτάχυνση. Κάποια στιγμή, στη θέση 3, η $\vec{\alpha}$ μηδενίζεται και τότε μηδενίζεται και η $\Sigma\vec{F}$ οπότε εκείνη τη στιγμή ο αγωγός αποκτά την $\upsilon_{o\rho}$.

Δηλαδή $0 = g - \dfrac{B^2 \cdot \ell^2 \cdot \upsilon_{o\rho}}{m \cdot R_{o\lambda}} \Rightarrow \upsilon_{o\rho} = \dfrac{m \cdot g \cdot R_{o\lambda}}{B^2 \cdot \ell^2} = \dfrac{3 \cdot 4}{1 \cdot 1} = 12\,{}^{m}\!/_{s} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{o\rho} = 12\,{}^{m}\!/_{s}}$

Γ3. $\dfrac{dP}{dt} = \Sigma F = m \cdot \alpha \xrightarrow{(1)} \dfrac{dP}{dt} = m \cdot g - \dfrac{B^2 \ell^2 \cdot \upsilon_{o\rho/2}}{R_{o\lambda}} = 3 - \dfrac{1 \cdot 1 \cdot 6}{4} = 3 - \dfrac{3}{2} = \boxed{1{,}5 \text{ Kg m/s}^2}$

Γ4. Όταν $\upsilon = \upsilon_{o\rho}$ έχουμε για την

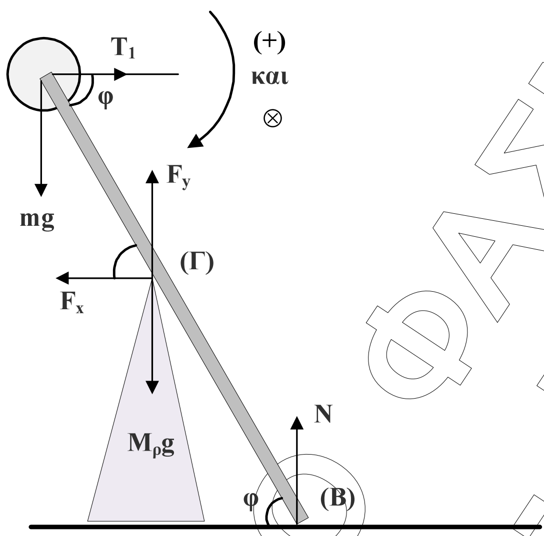
$$V_{\pi o\lambda} = V_{K\Lambda} = \left|E_{\varepsilon\pi}\right| - \left|I_{\varepsilon\pi}\right| \cdot R_{K\Lambda} = B \cdot \upsilon_{o\rho} \cdot \ell - \frac{B \cdot \upsilon_{o\rho} \cdot \ell}{R_{o\lambda}} \cdot R_{K\Lambda} =$$

$$= 1 \cdot 12 - \frac{1 \cdot 12 \cdot 1}{4} \cdot 2 = 12 - 6 = \boxed{6\,\text{Volt}} = V_{MN}$$

Άρα λειτουργεί κανονικά η συσκευή.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Η ράβδος ισορροπεί στροφικά ως προς το σημείο (Γ).

Άρα έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow \mathrm{T}_1 \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \eta\mu\varphi - \mathrm{m} \cdot \mathrm{g}\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi - \mathrm{N}\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{T}_1 \cdot \eta\mu\varphi - \mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = \mathrm{N} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \mathrm{N} = \frac{\mathrm{T}_1 \cdot \eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi} - \mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{N} = \frac{10{,}5 \cdot 0{,}8}{0{,}6} - 10 = \frac{10{,}5 \cdot 8}{6} - 10 = 4\,\mathrm{N}.$$

Δ2.

Μετά το κόψιμο του νήματος η $T_1 = 0$ και αφού χάνεται και η επαφή στο Β της ράβδου με το δάπεδο και Ν = 0. Έτσι από ΘΝΣΚ για το σύστημα ράβδος−m έχουμε:

$$\Sigma\tau = \mathrm{I}_{o\lambda} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow -\mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\,\varphi = -\mathrm{I}_{o\lambda} \cdot \left|\alpha_{\gamma\omega\nu}\right| \Rightarrow$$

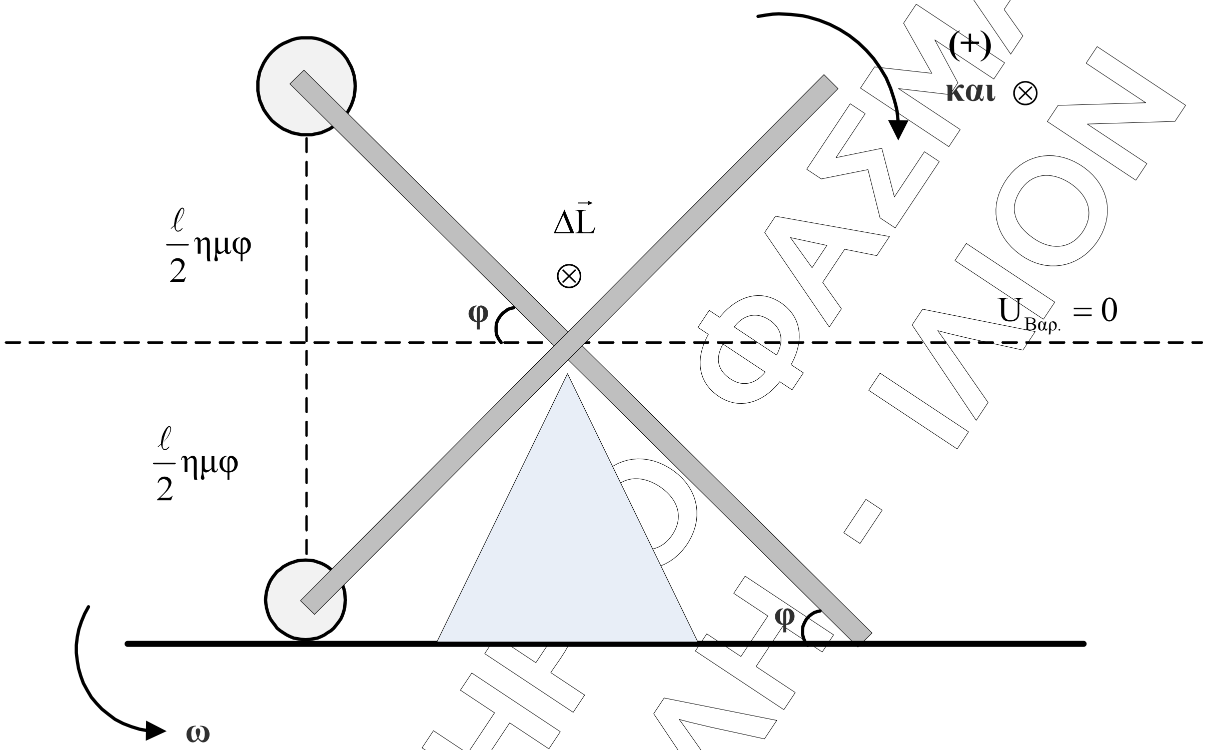
$$\Rightarrow \mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\,\varphi = \left(\frac{1}{12}\mathrm{M}_\rho \cdot \ell^2 + \frac{\mathrm{m} \cdot \ell^2}{4}\right) \cdot \left|\alpha_{\gamma\omega\nu}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|\alpha_{\gamma\omega\nu}\right| = \frac{10 \cdot 0{,}6}{\frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 4 + \frac{1 \cdot 4}{4}} = \frac{6}{2} = 3\,\mathrm{rad/s^2}$$

Από γενικευμένο θεμελιώδη νόμο για τη ράβδο παίρνουμε:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \Sigma\vec{\tau} = I_\rho \cdot \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \frac{dL}{dt} = -\frac{1}{12}\cdot M_\rho \cdot \ell^2 \cdot \left|\alpha_{\gamma\omega\nu}\right| = -\frac{1}{12}\cdot 3\cdot 4\cdot 3 = \boxed{-3\,Kg\cdot m^2/s^2}$$

Δ3.



Εφαρμογή ΑΔΕ για το σύστημα ράβδου-m από την αρχική θέση μέχρι λίγο πριν το m χτυπήσει στο έδαφος:

$$E_{ολ.αρχ.} + E_{προσφερόμενη} = E_{ολ.τελ.} + E_{απωλειών} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m\cdot g\left(\frac{l}{2}\right)\cdot ημφ = K_{ολ.} - m\cdot g\left(\frac{l}{2}\right)\cdot ημφ \Rightarrow 2\cdot m\cdot g\cdot\frac{l}{2}\cdot ημφ = \frac{1}{2}\cdot I_{ολ.}\cdot\omega^2 \Rightarrow$$

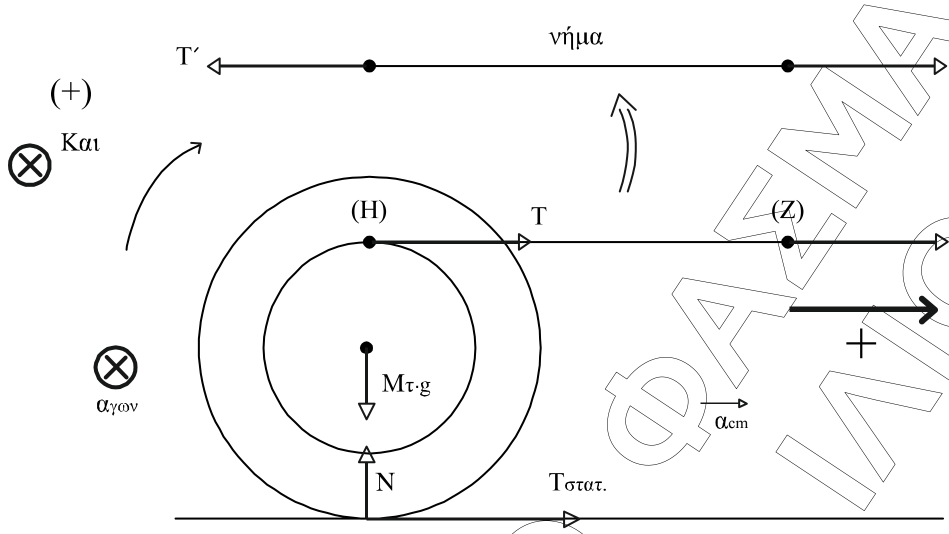
$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{2\cdot m\cdot g\cdot l\cdot ημφ}{I_{ολ.}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{2\cdot m\cdot g\cdot l\cdot ημφ}{\frac{1}{12}M_\rho\cdot l^2 + \frac{m\cdot l^2}{4}} = \frac{2\cdot 10\cdot 2\cdot 0{,}8}{\frac{1}{12}\cdot 3\cdot 4 + \frac{1\cdot 4}{4}} = \frac{40\cdot 0{,}8}{2} = 16\ rad^2/s^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = 4\ rad/s$$

$$\Delta\vec{L} = \Delta\vec{L}_{ολ.} = \vec{L}_{ολ.τελ} - \vec{L}_{ολ_{αρχ.}} \Rightarrow \Delta L_{ολ.} = I_{ολ.}\cdot\frac{\omega}{2} - (-I_{ολ.}\cdot\omega) = \frac{3}{2}I_{ολ.}\cdot\omega = \frac{3}{2}\cdot 2\cdot 4 = 12\ Kg\cdot m^2/s$$

με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο περιστροφής της ράβδου και φοράς από τον αναγνώστη προς το σχήμα.

Δ4.



Το νήμα είναι άμαζο άρα ισχύει γι αυτό: $\Sigma\vec{F}_{\nu\acute{\eta}\mu\alpha\tau o\varsigma} = m_{\nu\acute{\eta}\mu.}\cdot\vec{\alpha} \Rightarrow F - T' = 0 \Rightarrow F = T'$.

Λόγω δράσης-αντίδρασης $T = T'$ άρα $T = F$ όπου F, T΄, T τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}$, $\vec{T}$ και $\vec{T}'$.

Από Β΄ νόμο Νεύτωνα για την τροχαλία έχουμε

$$T + T_{\sigma\tau\alpha\tau.} = M_\tau\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow F + T_{\sigma\tau\alpha\tau.} = M_\tau\cdot\alpha_{cm} \qquad (1)$$

Από θεμελιώδη νόμο στροφικής κίνησης έχουμε:

$$\Sigma\tau = I_\tau\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T\cdot r - T_{\sigma\tau\alpha\tau.}\cdot R = \frac{1}{2}M_\tau\cdot R^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{T=F}$$

$$\Rightarrow F\cdot r - T_{\sigma\tau\alpha\tau.}\cdot R = \frac{1}{2}M_\tau\cdot R\cdot R\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{\alpha_{cm}=\alpha_{\gamma\omega\nu}R}$$

$$\Rightarrow F\cdot r - T_{\sigma\tau\alpha\tau.}\cdot R = \frac{1}{2}M_\tau\cdot R\cdot\alpha_{cm} \qquad (2)$$

Η $(1) \Rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau.} = M_\tau\cdot\alpha_{cm} - F$ οπότε για τη (2) έχουμε:

$$F\cdot r - M_\tau\cdot\alpha_{cm}\cdot R + F\cdot R = \frac{1}{2}M_\tau\cdot R\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F(R + r) = \frac{3}{2}M_\tau\cdot R\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2F(R+r)}{3M_\tau\cdot R} = \frac{24\cdot 0,7}{3\cdot 7\cdot 0,4} = 2\,m/s^2 \Rightarrow \boxed{\alpha_{cm} = 2\,m/s^2}$$

Δ5.

$W_F = F \cdot \Delta x_Z \cdot συν0^o$.

Το σημείο (Z) που είναι το σημείο εφαρμογής της $\vec{F}$ κινείται με ταχύτητα $\upsilon_Z = \upsilon_{cm} + \upsilon_{γραμ_H}$ όπου Η το σημείο της τροχαλίας ακτίνας r που ακουμπά το νήμα, αφού το νήμα δε γλιστρά στην περιφέρεια της τροχαλίας.

Άρα:

$$\upsilon_Z = \upsilon_{cm} + \omega \cdot r \Rightarrow \frac{d\upsilon_Z}{dt} = \frac{d\upsilon_{cm}}{dt} + \frac{d\omega}{dt} \cdot r \Rightarrow \alpha_Z = \alpha_{cm} + \alpha_{γων} \cdot r \underset{\alpha_{γων}=\frac{\alpha_{cm}}{R}}{\Rightarrow} \alpha_Z = \alpha_{cm} + \frac{\alpha_{cm}}{R} \cdot r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_Z = 2 + \frac{2}{0,4} \cdot 0,3 = 2 + 1,5 = 3,5\, m/s^2$$

Άρα: $\Delta x_Z = \frac{1}{2} \cdot a_Z \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 4 = 7\, m$.

Έτσι : $W_F = 12 \cdot 7 = 84$ Joule.