

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)
17 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελ. 65.

A2. Σχολικό βιβλίο σελ. 28.

A3. α) ΛΑΘΟΣ

β) ΣΩΣΤΟ

γ) ΛΑΘΟΣ

A4. α) $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$.

β) $(x^v)' = v \cdot x^{v-1}$.

γ) $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$.

ΘΕΜΑ Β

$$f(x) = x^2 - ax + 2.$$

B1. $x \begin{cases} y=0 \\ x=1 \end{cases} \rightarrow f(1) = 0 \rightarrow 1 - a + 2 = 0 \rightarrow -a = -3 \rightarrow \boxed{a=3}$

$$f(x) = x^2 - 3x + 2, \quad x \in \mathbb{R}$$

B2. Πρέπει $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x=1 \text{ ή } x=-1$

$$x \neq \pm 1 \rightarrow \text{A}g = \mathbb{R} - \{-1, 1\}.$$

B3. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1-2}{1+1} = \boxed{\frac{-1}{2}}$

HORNER

$$\begin{array}{r|l} 1 & -3 & 2 & 1 \\ \downarrow & 1 & -2 & \end{array}$$

$$1 \quad -2 \quad \boxed{0}$$

Άρα $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$

B4.

$$y = ax + B$$

$$f(0) = f'(0) \cdot 0 + B$$

$$f(0) = \boxed{2}$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

$$f'(0) = -3$$

$$2 = -3 \cdot 0 + B$$

$$\boxed{B=2} \xrightarrow[B=2]{a=-3} \boxed{y = -3x + 2}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Ύψος ιστογράμματος = f_i

$f_1 = 0,1$
 $f_2 = 0,3$
 $f_3 = 0,2$
 $f_4 = 0,4$

Έτη υπηρεσίας [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	a_i
[9, 8)	6	5	0,1	36°
[8, 12)	10	15	0,3	108°
[12, 16)	14	10	0,2	72°
[16, 20)	18	20	0,4	144°
Σύνολο		50	1	360°

$$a_2 = f_2 \cdot 360 = 108$$

$$a_3 = f_3 \cdot 360 = 72$$

$$v_2 = f_2 \cdot v = 15$$

$$v_3 = f_3 \cdot v = 10$$

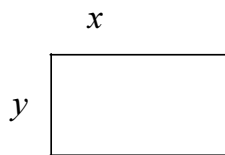
Γ2. $v_2 + v_3 + v_4 = 45.$

Γ3. $f_1\% + f_2\% + f_3\% = 60\%$

Γ4. $E = f_{ολ} = 1.$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



$$\Pi = 2x + 2y = 80$$

$$x + y = 40$$

$$y = 40 - x$$

$$E = x \cdot y = x(40 - x) = 40x - x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow E(x) = -x^2 + 40x$$

Πρέπει:

$$x > 0$$

$$y > 0 \Leftrightarrow 40 - x > 0 \Leftrightarrow x < 40$$

Άρα $0 < x < 40$

Επομένως $A_E = (0, 40)$

Δ2.

$$E'(x) = -2x + 40$$

$$-2x + 40 \Rightarrow -20 = -40 \Rightarrow \boxed{x = 20}$$

x	0	20	40
$E'(x)$		+	-
$E(x)$			

T.M.

Η E γνησίως φθίνουσα στο $(0, 20]$, και γνησίως φθίνουσα στο $[20, 40)$

Δ3. $E_{\max} = E_{(20)} = 400m^2$ όταν $x = 20$

Δ4. $x_A = 29,5 > 20$

$$x_B = 34,2 > 20$$

Συνεπώς:

$$x_B > x_A \underset{[20,40)}{\Leftrightarrow} E(x_B) < E(x_A)$$

Το οικόπεδο A έχει μεγαλύτερο εμβαδόν.

εναλλακτικός τρόπος

$$x_A + y_A = 40 \Leftrightarrow y_A = 40 - 29,5 = 10,5 \text{ m}$$

$$E_A = 29,5 \cdot 10,5 = 309,75 \text{ m}^2$$

$$x_B + y_B = 40 \Leftrightarrow y_B = 40 - 34,2 = 5,8 \text{ m}$$

$$E_B = 34,2 \cdot 5,8 = 198,36 \text{ m}^2$$

Επομένως $E_A > E_B$