

σύγχρονο

Φάσμα
& Group
προπαρασκευή για
Α.Ε.Ι. & Τ.Ε.Ι.

μαθητικό φροντιστήριο

25ης Μαρτίου 111 – ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΗ – ☎ 210 50 20 990 – 210 50 27 990
25ης Μαρτίου 74 – ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΗ – ☎ 210 50 50 658 – 210 50 60 845
Γραβιάς 85 – ΚΗΠΟΥΠΟΛΗ – ☎ 210 50 51 557 – 210 50 56 296

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
Καθηγητές: ΟΜΑΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ ΦΑΣΜΑ
Τάξη: Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
Ημερομηνία: 03/03/2013
Ονοματεπώνυμο:

Θέμα Α:

A1. Ας υποθέσουμε ότι x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$.

α. Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$;
(Μονάδες 3)

β. Να αποδείξετε ότι:

i) $0 \leq f_i \leq 1$ για $i = 1, 2, \dots, k$

ii) $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$.

(Μονάδες 4)

A2. Τι ονομάζουμε πείραμα τύχης και δειγματικό χώρο ενός πειράματος τύχης;
(Μονάδες 3)

A3. Με τι ισούται το εμβαδόν που σχηματίζεται από :

- Το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα.
- Το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα.
- Το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων επί τις % και τον οριζόντιο άξονα.

(Μονάδες 5)

A4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

1. Στην κανονική κατανομή ισχύει ότι $R \approx 3s$.
2. Τα μέτρα θέσης ενός δείγματος μιας μεταβλητής X παίρνουν μη αρνητικές τιμές.
3. Σε ένα κυκλικό διάγραμμα για κάθε επίκεντρη γωνία του ισχύει ότι $a_i = 360^\circ \cdot f_i$.
4. Ισχύει για μία συνάρτηση f παραγωγίσιμη, $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$.
5. Ισχύει ότι $P(A-B) \leq P(B')$.

(Μονάδες 10)

Θέμα Β :

B1. Ένα σώμα κινείται σε έναν άξονα με αρχή το σημείο $O(0,0)$, έτσι ώστε η θέση σε χρόνο t να δίνεται από τον τύπο $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$, για $t \geq 0$.

- i) να βρείτε την χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα βρίσκεται στο σημείο O , για $t > 0$.
- ii) να βρείτε την ταχύτητα του σώματος σε χρόνο t και να προσδιορίσετε πότε το σώμα είναι ακίνητο.
- iii) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της ταχύτητας και την χρονική στιγμή που την παρουσιάζει.
- iv) Πότε το σώμα κινείται στην θετική κατεύθυνση και πότε στην αρνητική;
- v) Να βρείτε το συνολικό διάστημα που διένυσε το σώμα από $t = 0 \text{ sec}$ έως $t = 4 \text{ sec}$.

(Μονάδες 15)

B2. Όταν μια μέρα του χειμώνα στη Φλώρινα ρίχνει χιόνι, τότε η πιθανότητα να μην κυκλοφορήσουν τα λεωφορεία του ΚΤΕΛ είναι 65%, η πιθανότητα να μην κυκλοφορήσουν τα τρένα είναι 15% και η πιθανότητα να κυκλοφορήσει ένα τουλάχιστον από αυτά τα συγκοινωνιακά μέσα είναι 95%. Ποια είναι η πιθανότητα:

- i. Να κυκλοφορήσουν και τα δύο συγκοινωνιακά μέσα.
- ii. Να κυκλοφορήσουν τα λεωφορεία του ΚΤΕΛ και όχι τα τρένα.
- iii. Να μην κυκλοφορήσει κανένα συγκοινωνιακό μέσο.
- iv. Να κυκλοφορήσει μόνο ένα από τα 2 συγκοινωνιακά μέσα.

(Μονάδες 10)

Θέμα Γ :

Γ1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3a - \eta\mu(2\alpha x) + a \cdot (x^2 + 1)^2, x \in \mathbb{R}, a > 0$.

α) Να βρεθεί η εξίσωση εφαπτομένης στο $(0, f(0))$.

β) Να δείξετε ότι ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού που σχηματίζεται από την εξίσωση εφαπτομένης του (α) ερωτήματος και τους θετικούς ημιάξονες xx' και yy' είναι σταθερός.

γ) Έστω τα σημεία $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_{10}, y_{10}$ που ανήκουν στην εξίσωση εφαπτομένης του (α) ερωτήματος. Οι τετμημένες αυτών των σημείων έχουν $\bar{x} = 3$ και $s = 0.1$. Να δείξετε ότι το δείγμα των τεταγμένων αυτών των σημείων είναι οριακά ομοιογενές.

(Μονάδες 12)

Γ2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x - 3 & , \alpha\nu 2 \leq x \leq 4 \\ 3x - 9 & , \alpha\nu 4 \leq x \leq 6 \\ 4x - 15 & , \alpha\nu 6 \leq x \leq 10 \end{cases}$, που η γραφική της

παράσταση είναι το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων της βαθμολογίας στην στατιστική μιας ομάδας φοιτητών ομαδοποιημένη σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους .

α) Να γίνει το ιστόγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων.

β) Να βρεθεί η μέση βαθμολογία και το εύρος του δείγματος.

γ) Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που θα περάσουν το μάθημα.
(βάση του μαθήματος είναι το 5)

(Μονάδες 13)

Θέμα Λ :

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sqrt{1-x^2}$.

Δ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της και να μελετηθεί ως προς την μονοτονία.

Δ2. Να αποδείξετε ότι η απόσταση ενός σημείου $M(x, f(x))$ από την αρχή των αξόνων είναι $(OM) = \sqrt{4-3x^2}$.

Δ3. Έστω τα σημεία A_1, A_2, \dots, A_9 που ανήκουν στην γραφική παράσταση της $f(x)$ με τετμημένες x_1, x_2, \dots, x_9 αντίστοιχα.

α) Αν $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_9 < 1$ και η διάμεσος των x_1, x_2, \dots, x_9 είναι $\frac{1}{3}$ να αποδείξετε

ότι $3f(x_6) < 4\sqrt{2}$.

β) Αν η μέση τιμή των x_1, x_2, \dots, x_9 είναι 0 και η τυπική τους απόκλιση 1, να βρείτε την μέση τιμή των τετραγώνων των αποστάσεων των σημείων A_1, A_2, \dots, A_9 από την αρχή των αξόνων.

$$\text{Δίνεται ο τύπος } s^2 = \frac{1}{v} \left[\sum_{i=1}^v x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^v x_i)^2}{v} \right].$$

(Μονάδες 25)

Διάρκεια εξέτασης : 3 ώρες.
Ευχόμαστε επιτυχία..

"Δεν πάει ποτέ να με εκπλήσσει το γεγονός ότι τα μαθηματικά, το αποτέλεσμα της ελεύθερης φαντασίας του ανθρώπου, είναι απόλυτα εναρμονισμένα με την πραγματικότητα".

Άλμπερτ Αϊνστάϊν